מודל 1 - רכש, חוסר אסור

פונקצית עלות המדיניות: $Y(Q)=k\frac{\lambda}{Q}+h\frac{Q}{2}$

מציאת כמות אופטימאלית: $Q^*=\sqrt{\frac{2k\lambda}{h}}$

הנוסחא המקוצרת עבור Q^* (אופטימאלי) בלבד:

$$Y(Q^*)=\frac{2k\lambda}{Q^*}=hQ^*=\frac{2k}{T^*}=\sqrt{2k\lambda h}$$

מודל 2 - ייצור, חוסר אסור

פונקצית עלות המדיניות: $Y(Q)=k\frac{\lambda}{Q}+h\frac{Q}{2}(1-\frac{\lambda}{\varphi})$

מציאת כמות אופטימאלית: $Q^*=\sqrt{\frac{2k\lambda}{h(1-\frac{\lambda}{\varphi})}}$

הנוסחא המקוצרת עבור Q^* (אופטימאלי) בלבד:

$$Y(Q^*)=\sqrt{2k\lambda h(1-\frac{\lambda}{\varphi})}$$

מודל 3 - רכש, חוסר מותר

פונקצית עלות המדיניות:

$$Y(Q)=k\frac{\lambda}{Q}+h\frac{(Q-b)^2}{2Q}+p\frac{b\lambda}{Q}+\hat{p}\frac{(b)^2}{2Q}$$

מציאת כמות הזמנה אופטימאלית- עבור b נתון:

$$Q^*(b)=\sqrt{\frac{2k\lambda+b^2(h+\hat{p})+2p\lambda b}{h}}$$

מציאת כמות חוסר אופטימאלית- עבור Q נתון:

$$b^*(Q)=\frac{hQ-p\lambda}{h+\hat{p}}$$

מציאת כמות הזמנה אופטימאלית גלובאלית:

$$Q^*=\sqrt{\frac{2k\lambda}{h}-\frac{(p\lambda)^2}{h(h+\hat{p})}}\times\sqrt{\frac{h+\hat{p}}{\hat{p}}}$$

פונקצית העלות השנתית: $G(Q)=Y(Q)+C\lambda$

תמיד נכון ש... כמות = זמן * קצב

מודל 4 - ייצור, חוסר מותר

פונקצית עלות המדיניות:

$$Y(Q,b)=k\frac{\lambda}{Q}+h\frac{(Q(1-\frac{\lambda}{\varphi})-b)^2}{2Q(1-\frac{\lambda}{\varphi})}+p\frac{b\lambda}{Q}+\hat{p}\frac{b^2}{2Q(1-\frac{\lambda}{\varphi})}$$

מציאת כמות הזמנה אופטימאלית- עבור b נתון:

$$Q^*(b)=\sqrt{\frac{2k\lambda+2pb\lambda+\frac{(h+\hat{p})b^2}{(1-\frac{\lambda}{\varphi})}}{h(1-\frac{\lambda}{\varphi})}}$$

מציאת כמות חוסר אופטימאלית- עבור Q נתון:

$$b^*(Q)=\frac{(hQ-p\lambda)(1-\frac{\lambda}{\varphi})}{h+\hat{p}}$$

מציאת כמות הזמנה אופטימאלית גלובאלית:

$$Q^*=\sqrt{\frac{2k\lambda}{h(1-\frac{\lambda}{\varphi})}-\frac{(p\lambda)^2}{h(h+\hat{p})}}\times\sqrt{\frac{h+\hat{p}}{\hat{p}}}$$

מערכת מלאי מרובת מוצרים - מודל 1 (לגרנג')

$$G(Q_1,Q_2,..,Q_n)=\sum_{j=1}^{n}(k_j\frac{\lambda_j}{Q_j}+h_j\frac{Q_j}{2}+c_j\lambda_j)$$

כאשר אין אילוץ משותף נפתור ע"י: $Q_j^*=\sqrt{\frac{2k_j\lambda_j}{h_j}}$

כאשר ישנו אילוץ: $\sum_{j=1}^{n}w_jQ_j\le M$

ראשית נבדוק האם הפתרון הרגיל עומד באילוץ.
אם לא, נשתמש בפונקצית לגרנג':

$$L(Q_1,..,Q_n,\Theta)=\sum_{j=1}^{n}(k_j\frac{\lambda_j}{Q_j}+h_j\frac{Q_j}{2}+c_j\lambda_j)+\Theta(\sum_{j=1}^{n}w_jQ_j-M)$$

ונמצא את Q ע"י: $Q_{jL}=\sqrt{\frac{2k_j\lambda_j}{h_j+2\Theta\cdot w_j}}$

הערה: הנוסחה נכונה רק כאשר Wj אינו תלוי ב Qj

מערכת מלאי מרובת מוצרים - זמן מחזור משותף

מודל 1: $T^*=\sqrt{\frac{2\tilde{k}}{\sum h_i\times\lambda_i}}$; מודל 2: $T^*=\sqrt{\frac{2\tilde{k}}{\sum h_i\times\lambda_i(1-\frac{\lambda_i}{\varphi_i})}}$

בדיקה שהפתרון אפשרי (Si- זמן עריכה של מוצר i):

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{\lambda_i}{\varphi_i}\le 1 \quad ; \quad T\ge\left(\sum_{i=1}^{n}s_i\right)\Big/\left(1-\sum_{i=1}^{n}\frac{\lambda_i}{\varphi_i}\right)$$

מודל סטוכסטי חד תקופתי

נוסחת הרווח:

$$V(Q)=S\cdot min\{D,Q\}-H\cdot max\{Q-D,0\}-P\cdot max\{D-Q,0\}-C\cdot(Q-I)-K$$

נוסחת תוחלת הרווח:

$$E(V(Q))=S\int_{-\infty}^{Q}D\cdot f(D)dD+SQ[1-F(Q)]-HQF(Q)+H\int_{-\infty}^{Q}D\cdot f(D)dD-P\int_{Q}^{\infty}D\cdot f(D)dD+PQ[1-F(Q)]-C(Q-I)-K$$

נוסחת תוחלת רווח מקוצרת עבור Q*:

$$E(V(Q^*))=(S+H)\int_{-\infty}^{Q^*}Df(D)dD-P\int_{Q^*}^{\infty}Df(D)dD+CI-K$$

$$F(Q^*)=\frac{S+P-C}{S+P+H} \quad ; \quad F(Q)=\int_{-\infty}^{Q}f(D)dD$$

מודל סטוכסטי חד תקופתי - הרחבה למס' מוצרים

ישנו אילוץ על כל המוצרים.
במידה ולא עומדים באילוץ, נשתמש בפונקצית לגרנג':

$$L(Q_1,Q_2,..,Q_n)=\sum_{j=1}^{n}E(V_j(Q_j))-\Theta(\sum_{j=1}^{n}w_jQ_j-M)$$

$$F(Q_{jL}^*)=\frac{S_j+P_j-C_j-\Theta^*w_j}{S_j+P_j+H_j}$$

גזירה לפי לייבניץ

$$\frac{\partial\left(\int_{-\infty}^{Q}D\cdot f(D)dD\right)}{\partial Q}=Q\cdot f(Q) \quad ; \quad \frac{\partial\left(\int_{Q}^{\infty}D\cdot f(D)dD\right)}{\partial Q}=-Q\cdot f(Q)$$

מודל (R,Q) מודל בקרה רציפה

פונקציית תוחלת העלות שנתית:

$$G(Q,R)=k\frac{\lambda}{Q}+h(\frac{Q}{2}+R-\mu)+p\cdot n(R)\frac{\lambda}{Q}+C\lambda$$

$$F(R^*)=\int_{-\infty}^{R^*} f(D)dD \;\Rightarrow\; R^*=?$$

$$n(R)=\int_{R}^{\infty}(D-R)f(D)dD$$

$$F(R^*)=1-\frac{hQ}{P\lambda}$$

$$Q^*=\sqrt{\frac{2\lambda(k+p\cdot n(R))}{h}}$$

התחל כאן עם $n(R)=0$

מדדי חיזוי

$$e_t=F_t-D_t$$

$$MAD=\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}|e_t| \quad ; \quad MSE=\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}e_t^2$$

חיזוי - מודל עונתי – Winters

$$F_{t+\tau}=\left(\hat{D}_t+\hat{b}_t\cdot\tau\right)\cdot\hat{C}_{t+\tau-L\cdot K} \; ; \; K=\left[\frac{\tau}{L}\right]^+$$

$$\hat{D}_t=\alpha\cdot\frac{D_t}{\hat{C}_{t-L}}+(1-\alpha)\cdot(\hat{D}_{t-1}+\hat{b}_{t-1})$$

$$\hat{b}_t=\beta\cdot\left(\hat{D}_t-\hat{D}_{t-1}\right)+(1-\beta)\cdot\hat{b}_{t-1}$$

$$\hat{C}_t=\gamma\cdot\frac{D_t}{\hat{D}_t}+(1-\gamma)\cdot\hat{C}_{t-L}$$

אתחול פרמטרים:

$$V_1=\frac{1}{L}\cdot\sum_{t=1}^{L}D_t \quad ; \quad V_2=\frac{1}{L}\cdot\sum_{t=L+1}^{2L}D_t$$

$$\hat{b}_0=\frac{V_2-V_1}{L} \; ; \; \hat{D}_0=V_2+(\frac{L-1}{2})\cdot\hat{b}_0$$

$$\hat{a}_0=V_1-(\frac{L+1}{2})\cdot\hat{b}_0 \; ; \; \hat{C}_t=\frac{D_t}{\hat{a}_0+\hat{b}_0\cdot t}$$

$$c'_{t-L}=\frac{\hat{c}_t+\hat{c}_{t+L}}{2} \quad ; \quad \hat{C}_{t-L}=C'_{t-L}\cdot\frac{L}{\sum_{t=1}^{L}C'_{t-L}}$$

חיזוי - מודל קבוע בזמן

$$F_{t+\tau}=\hat{a}_t$$

1) ממוצע פשוט

2) ממוצע נע עם פרמטר k

$$\hat{a}_t=\frac{1}{k}\sum_{i=t-k+1}^{t}D_i$$

3) החלקה אקספ'

$$F_{n+\tau}=\hat{a}_n=\alpha D_n+\left(1-\alpha\right)\hat{a}_{n-1}$$

אם לא נתון אחרת: $\hat{a}_0=D_1$

אזור לתוספות

חיזוי - מודל ליניארי

1) **רגרסיה ליניארית**

$$F_t=\hat{a}+\hat{b}\cdot t$$

$$\hat{a}=\frac{\sum D_t-\hat{b}\cdot\sum t}{n} \; ; \; \hat{b}=\frac{n\cdot\sum(D_t\cdot t)-\sum D_t\cdot\sum t}{n\cdot\sum t^2-\left(\sum t\right)^2}$$

2) **ממוצע נע כפול**

$$F_{t+\tau}=\hat{D}_t+\hat{b}_t\cdot\tau$$

$$M_t^1=\frac{1}{k}\sum_{i=t-k+1}^{t}D_i \; ; \; M_t^2=\frac{1}{k}\sum_{i=t-k+1}^{t}M_i^1$$

$$\hat{D}_t=2M_t^1-M_t^2 \; ; \; \hat{b}_t=\frac{2\Delta_t}{k-1} \; ; \; \Delta_t=M_t^1-M_t^2$$

3) **המודל של HOLT**

$$F_{t+\tau}=\hat{D}_t+\hat{b}_t\cdot\tau$$

$$\hat{D}_t=\alpha\cdot D_t+(1-\alpha)\cdot\left(\hat{D}_{t-1}+\hat{b}_{t-1}\right)$$

$$\hat{b}_t=\beta\cdot\left(\hat{D}_t-\hat{D}_{t-1}\right)+(1-\beta)\cdot\hat{b}_{t-1}$$

$\hat{b}_0,\hat{D}_0$ - לפי רגרסיה על כל או חלק מהנתונים

או: $\hat{b}_0$ לפי ממוצע ההפרשים, $\hat{D}_0=D_1-\hat{b}_0$

4) **המודל של Brown**

$$F_{t+\tau}=\hat{D}_t+\hat{b}_t\cdot\tau$$

$$S_t^1=\alpha\cdot D_t+(1-\alpha)\cdot S_{t-1}^1$$

$$S_t^2=\alpha\cdot S_t^1+(1-\alpha)\cdot S_{t-1}^2$$

$$\hat{D}_t=2S_t^1-S_t^2 \; ; \; \hat{b}_t=\frac{\alpha\cdot\Delta_t}{1-\alpha} \; ; \; \Delta_t=S_t^1-S_t^2$$

$\hat{b}_0,\hat{D}_0$ - לפי רגרסיה על כל או חלק מהנתונים

או: $\hat{b}_0$ לפי ממוצע ההפרשים, $\hat{D}_0=D_1-\hat{b}_0$

ואז $S_0^1=\hat{D}_0-\Delta_0=\hat{D}_0-\frac{1-\alpha}{\alpha}\cdot\hat{b}_0$

$$S_0^2=\hat{D}_0-2\Delta_0=\hat{D}_0-2\cdot\frac{1-\alpha}{\alpha}\cdot\hat{b}_0$$